3.1.8 Mocniny a odmocniny

Předpoklady: 020823

Př. 1: Rozepiš mocniny.
a) 2^3 b) 4^{-2} c) a^2 d) x^{-3}

a) $2^3 = 2\cdot 2\cdot 2$ b) $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{4\cdot 4}$ c) $a^2 = a\cdot a$

d) $x^{-3} = \frac{1}{x^3} = \frac{1}{x\cdot x\cdot x}$

Pedagogická poznámka: Největší problémy jsou se záporným mocnitelem. Opět opakuji: „4^2 znamená dvakrát násobit 4, 4^{-2} je opak tedy … dvakrát dělit 4“.

Př. 2: Ke kterým mocninám deseti je možné snadno najít druhou odmocninu?

Platí:
- $\sqrt{100} = 10$,
- $\sqrt{10\,000} = 100$,
- $\sqrt{1\,000\,000} = 1\,000$,

$\Rightarrow$ druhá odmocnina se snadno hledá k sudým mocninám deseti (mocninám se sudým počtem nul).

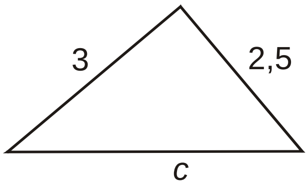
Př. 3: Doplň tabulku (bez kalkulačky). Všechny sloupce je možné řešit „z hlavy“.

x	1	121		$\frac{1}{36}$	0,0025	2,25		3600		
$\sqrt{x}$			10				0,21		0,004	$\frac{2}{7}$

x	1	121	100	$\frac{1}{36}$	0,0025	2,25	0,0441	3600	0,000016	$\frac{4}{49}$
$\sqrt{x}$	1	11	10	$\frac{1}{6}$	0,05	1,5	0,21	60	0,004	$\frac{2}{7}$

Př. 4: Pravoúhlý trojúhelník má strany o délkách 2,5 m a 3 m. Urči délku třetí strany s přesností na desetinu metru.

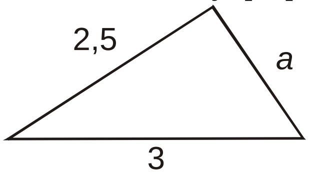
Dvě možnosti:
Zadané strany jsou odvěsnami:



$c^2 = a^2 + b^2 = 2,5^2 + 3^2$

$c = \sqrt{15,25} \doteq 3,9$

Strana o délce 3 je přepona, strana o délce 2,5:



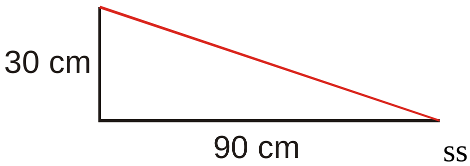
$a^2 + b^2 = c^2 \quad / -b^2$

$a^2 = c^2 - b^2 = 3^2 - 2,5^2 = 2,75$

$a = \sqrt{2,75} \doteq 1,7$

Zbývající strana má délku 3,9 m nebo 1,7 m.

Př. 5: Petr vozí písek v kolečku. Při vjezdu na stavbu musí překonat překážku vysokou 30 cm pomocí prkna. Jak musí být prkno alespoň dlouhé, pokud Jirka nechce jezdit do příliš strmého svahu a představuje si, že se bude dotýkat země, v alespoň trojnásobné vzdálenosti než je výška překážky?



Délka prkna je přeponou pravoúhlého trojúhelníku o stranách 30 cm a 90 cm.

$c^2 = a^2 + b^2 = 30^2 + 90^2$

$c = \sqrt{9000} \doteq 95$

Př. 6: Doplň tabulku.

x	3	$(-5)^3$	10	700					
x^3					-8	8000	0,027	-64	0,008

x	3	$(-5)^3$	10	700	-2	20	0,3	-4	0,2
x^3	27	-125	1000	343000000	-8	8000	0,027	-64	0,008

Př. 7: Vypočti. Odmocniny, které nejdou počítat „z hlavy“ alespoň je částečně odmocni.

a) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$ b) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$ c) $\sqrt{27}$ d) $\sqrt{50}$

a) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{36} = 6$

b) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 2 = 4$

c) $\sqrt{27} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

d) $\sqrt{50} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{2} \cdot 5 = 5\sqrt{2}$

Př. 8: Usměrni zlomky (uprav je tak, aby ve jmenovateli nebyla odmocnina a přitom se hodnota zlomku nezměnila).

a) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ b) $\dfrac{1}{\sqrt{12}}$ c) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$

a) $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt{18}} = \dfrac{1}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{2}} = \dfrac{1}{3\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{6}$

c) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \dfrac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} \cdot \dfrac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \dfrac{\sqrt[3]{4}}{2}$

Shrnutí: